point anguleux d'ouverture α. La transformation $z' = z^{\frac{\pi}{\alpha}}$, avec $z = x + iy$, ramène l'ouverture à π et, si C satisfait à (δ), le contour transformé C′ satisfait à une condition analogue $\left(\text{en remplaçant } h \text{ par } \frac{h\alpha}{\pi} \text{ dans le voisinage de O}\right)$. L'équation (1) conserve la même forme dans le plan z', avec un pôle en O, pour les coefficients, d'un ordre permettant la résolution des divers problèmes aux limites par la méthode du n° II. Nous ne supposons pas l'existence de la courbure de C.

On passe aisément de là au cas de plusieurs points anguleux.

Ajoutons enfin que la première méthode (par les fonctions de Green) peut s'appliquer à C′, à la condition de prendre, pour former la fonction auxiliaire, certaines précautions dans le détail desquelles je ne puis entrer.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un problème de M. P. Montel.* Note de M. **M. Lavrentieff**, présentée par M. Goursat.

1. Soit

$$f_1(z), \quad f_2(z), \quad \ldots, \quad f_n(z), \quad \ldots \tag{1}$$

une suite de fonctions analytiques, holomorphes à l'intérieur du cercle $|z| < 1$ et convergente en chaque point de ce cercle. D'après les résultats connus de MM. Osgood et Montel, l'ensemble E des points irréguliers de la suite (1) est un continu qui contient au moins un point de la circonférence $|z| = 1$. Voici le problème posé par M. P. Montel :

Trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un continu E *puisse être considéré comme l'ensemble des points irréguliers de la suite* (1).

Posons la définition suivante :

Définition I. — Nous disons que l'ensemble fermé et borné E est un *ensemble* M, si quel que soit l'ensemble E_1 fermé et contenu dans E il existe toujours une portion de E_1, soit E_2, telle que 1° E_2 est la frontière d'un domaine connexe D qui contient le point ∞. 2° chaque point de E appartient ou bien à E_2, ou bien au domaine D.

Alors *la condition cherchée est que le continu* E (contenant au moins un point de la circonférence $|z| = 1$) *soit un ensemble* M.

2. On trouve la même proposition si l'on considère, au lieu des suites de fonctions analytiques, des suites de fonctions harmoniques

$$P_1(x, y), \quad P_2(x, y), \quad \ldots, P_n(x, y), \quad \ldots \tag{2}$$

régulières dans le cercle $|z| < 1$, $z = x + iy$. D'ailleurs, on peut trouver, dans ce cas, les propriétés caractéristiques de la fonction limite

$$f(x, y) = \lim_{n \to \infty} P_n(x, y).$$

Définition II. — Soit E un continu situé dans le cercle $|z| \leqq 1$. Désignons par

$$(3) \qquad D_1, \quad D_2, \quad \ldots, \quad D_n, \quad \ldots$$

tous les domaines contigus à E, c'est-à-dire tous les domaines connexes possibles tels que le domaine D_n ($n = 1, 2, 3, \ldots$), contenu dans le cercle $|z| < 1$, ne contient aucun point de E et chaque point de la frontière F_n de D_n appartient ou bien à E, où bien à la circonférence $|z| = 1$. Nous disons que la suite partielle

$$(4) \qquad D_{n_1}, \quad D_{n_2}, \quad \ldots, \quad D_{n_k}, \quad \ldots$$

est *une suite partielle principale* si, quel que soit l'ensemble fermé E_1 contenu dans E, il existe toujours une portion E_2 de E_1 telle que chaque domaine D_n, dont la frontière appartient à E_2, est un domaine de la suite (4).

Cela posé on peut démontrer le théorème :

Théorème. — *Pour qu'une fonction $f(x, y)$ définie dans le cercle $|z| < 1$ soit la limite de la suite (2), il est nécessaire et suffisant qu'il existe un continu* E *jouissant des propriétés suivantes :*

1° E *est contenu dans le cercle $|z| \leqq 1$ et contient au moins un point de la circonférence $|z| = 1$.*

2° E *est un ensemble* M.

3° *$f(x, y) = \varphi(x, y)$ en chaque point de* E, *$\varphi(x, y)$ étant une fonction de classe* 1 *au sens de M. Baire.*

4° *$f(x, y) = Q_n(x, y)$ dans D_n, $Q_n(x, y)$ étant une fonction harmonique, régulière dans D_n et D_n un domaine quelconque contigu à* E ($n = 1, 2, 3, \ldots$).

5° *Ou bien chaque suite partielle D_{m_k} ($k = 1, 2, 3, \ldots$) est une suite partielle principale, ou bien il existe une suite partielle principale D_{n_k} ($k = 1, 2, 3, \ldots$) telle que chaque fonction $Q_{n_k}(x, y)$ ($k = 1, 2, 3, \ldots$) est bien déterminée par les valeurs de $\varphi(x, y)$ sur la frontière F_{n_k} de D_{n_k}.*

Mais la question beaucoup plus intéressante : quelles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'une fonction $f(z)$ puisse être considérée comme la limite de la suite (1), et reste entière ?