

# ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР



к 250-летию  
со дня рождения

АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
ГЕРМАНСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК В БЕРЛИНЕ  

---

АКАДЕМИЕ DER WISSENSCHAFTEN DER UdSSR  
DEUTSCHE АКАДЕМИЕ DER WISSENSCHAFTEN  
ZU BERLIN

S A M M E L B A N D  
DER ZU EHREN DES 250. GEBURTSTAGES  
LEONHARD EULERS  
DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN  
DER UdSSR  
VORGELEGTE ABHANDLUNGEN



UNTER VERANTWÖRTLICHER REDAKTION  
V O N  
M. A. LAWRENTJEW,  
A. P. JUSCHKEWITSCH,  
A. T. GRIGORJAN



VERLAG DER AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN DER UdSSR  
M O S K A U 1 9 5 8

# ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР

СБОРНИК СТАТЕЙ  
В ЧЕСТЬ 250-ЛЕТИЯ  
СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ,  
ПРЕДСТАВЛЕННЫХ  
АКАДЕМИИ НАУК СССР



ПОД РЕДАКЦИЕЙ

М. А. ЛАВРЕНТЬЕВА,  
А. П. ЮШКЕВИЧА,  
А. Т. ГРИГОРЬЯНА



ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

МОСКВА 1958

223

A

35  
⇒ 322

1



42-8-60.



---

М. А. ЛАВРЕНТЬЕВ

**ВСТУПИТЕЛЬНАЯ РЕЧЬ  
НА ЮБИЛЕЙНОЙ НАУЧНОЙ СЕССИИ,  
ПОСВЯЩЕННОЙ 250-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ  
ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА<sup>1</sup>**

15 апреля 1957 г. — дата 250-летия со дня рождения Леонарда Эйлера — знаменательное событие в истории мировой культуры и науки. Эйлер принадлежит к числу гениев, чье творчество стало достоянием всего человечества. Открытия Эйлера в математике, механике, физике и технике прочно вошли в современную науку и технику. До сих пор школьники всех стран изучают тригонометрию и логарифмы в том виде, какой им придал Эйлер. Студенты проходят начала высшей математики по руководствам, первым образцом которых явились классические монографии Эйлера. Формулы и методы Эйлера повседневно применяются учеными нашего времени; инженеры используют открытия Эйлера в сопротивлении материалов, теории механизмов, теории турбин, оптической технике и пр. Деятельность Эйлера продолжает и в наши дни служить ярким примером плодотворного синтеза теории и практики. Эйлер был прежде всего математиком, воспринимавшим и развивавшим математику как целое, но он знал, что почвой, на которой расцветает математика, является практическая деятельность. Новые общие и эффективные методы Эйлер создавал, по большей части отправляясь от трудных частных задач естествознания и техники. Тончайшие методы, разработанные им в теории чисел, находили неожиданные применения в технике.

Имя Леонарда Эйлера дорого всему передовому человечеству, которое чтит в нем одного из величайших геометров мира. Творчество Эйлера служило и служит прогрессу, объединению усилий всего человечества и прежде всего ученых в мирном созидании нового, лучшего мира.

Деятельность Эйлера имела прежде всего международное значение. Вместе с тем Эйлер внес большой вклад и в развитие национальных культур. Двадцатилетним юношей он покинул свой родной город Базель и

---

<sup>1</sup> Произнесена при открытии сессии Отделения физико-математических наук и Отделения технических наук АН СССР в Ленинграде 15 апреля 1957 г.

жил затем в Петербурге, в Берлине, а потом снова в Петербурге. В качестве члена Петербургской и Берлинской академий наук Эйлер содействовал развитию математических наук в обеих странах и распространению в них физико-математических знаний. В нашей стране роль Эйлера как пионера научных математических исследований и роль его учеников была особенно значительна и отнюдь не ограничивалась рамками XVIII в. Идеи Эйлера как математика получили блестящее развитие в Петербургской математической школе.

Тридцать один год научной работы Эйлера прошел в Петербурге, двадцать пять лет — в Берлине. Следует заметить, что и в годы жизни в Берлине, когда Эйлер так высоко поднял деятельность научного общества, основанного великим Лейбницем, его связь с Россией оставалась прочной. Он и в эти годы состоял почетным членом Петербургской академии и активно участвовал в разнообразных ее трудах. Возвратившись в Россию, Эйлер продолжал столь же интенсивно поддерживать научные отношения с Берлинской академией.

Таким образом, Эйлер сыграл большую роль в плодотворном сотрудничестве ученых России и Германии. Имя его и сейчас является символом дружбы немецких и советских ученых.

Открывая настоящую сессию, я рад приветствовать от имени Академии наук СССР представителей иностранных академий наук и научных обществ, прибывших сюда почтить вместе с нами память Леонарда Эйлера. Я приветствую также всех собравшихся советских ученых и учащуюся молодежь.

Мне хочется особенно приветствовать большую делегацию ученых Германии. Эйлер был одним из первых академиков Петербургской академии, он же был одним из первых академиков Берлинской академии. Германская академия наук провела сессию, посвященную великой дате, причем в этой сессии приняли участие наши ученые, весьма тепло принятые учеными Германии.

Я приветствую также представителей советских и партийных организаций славного города Ленинграда. Петербург — Ленинград явился первым городом русской науки, в нем на протяжении 200 с лишним лет была сосредоточена деятельность Академии, в нем жили и работали Леонард Эйлер и его великий брат по Петербургской академии — Михаил Васильевич Ломоносов. Ленинград и ныне является крупнейшим центром научной мысли нашей страны во всех областях знания.

На этой сессии нам предстоит заслушать ряд докладов, в которых будет освещена многосторонняя деятельность Леонарда Эйлера. Разре-



## ВСТУПИТЕЛЬНАЯ РЕЧЬ

шите сказать несколько слов о жизни и работе Эйлера в Петербургской академии.

Леонард Эйлер родился в 1707 г. в семье небогатого пастора Пауля Эйлера. Первые уроки по математике мальчик получил у отца, который в молодости занимался этой наукой под руководством Якова Бернулли. Тринадцати с половиной лет Леонард Эйлер поступил в Базельский университет и через четыре года, произнеся речь о натурфилософии Декарта и Ньютона, получил первую научную степень магистра. Отец желал, чтобы юноша занимался богословием, но Леонард Эйлер, следуя склонности и природным дарованиям, обратился к математике. В этих занятиях руководителем его был Иоганн Бернулли. Уже вскоре, в 1726—1727 гг., Эйлер выступил в печати с первыми своими исследованиями по дифференциальной геометрии и приложениям анализа к механике. Тогда же он принял участие в конкурсе Парижской академии наук на тему о наилучшем расположении мачт на корабле; сочинение его было опубликовано в 1728 г. Так с первых шагов своей научной деятельности Эйлер проявил интерес как к теоретическим проблемам математики, так и ее практическим приложениям.

Попытки молодого Эйлера найти применение своим силам в Швейцарии не увенчались успехом. Когда в 1727 г. в Базельском университете открылась вакансия по кафедре физики, Эйлер не был включен в число кандидатов, среди которых, по тамошнему обычаю, счастливица избирал жребий. Между тем в учрежденной в 1725 г. Петербургской академии наук имелась вакансия по физиологии. Друзья Эйлера, Николай и Даниил Бернулли, сыновья его наставника, уже работавшие тогда в Петербурге, помогли Эйлеру получить приглашение на эту должность. Эйлер стал штудировать анатомию и медицину, чтобы затем применить в физиологии математические методы. В начале апреля 1727 г. он навсегда покинул Базель и 24 мая приехал в Петербург.

Иоганн Бернулли в связи с отъездом молодых швейцарцев в Россию писал: «Лучше несколько потерпеть от сурового климата страны льдов, в которой приветствуют муз, чем умереть от голода в стране с умеренным климатом, в которой муз презирают и обижают».

В молодой русской столице Эйлер нашел благоприятные условия для быстрого расцвета своих дарований. В Академии не стали настаивать на том, чтобы Эйлер занимался физиологией и предоставили ему полную возможность работать над теми проблемами, которые его особенно привлекали. Замечу, однако, что все же труд, затраченный Эйлером на изучение физиологии, не пропал даром. В Петербурге собралось тогда

немало хороших ученых—математиков, механиков, физиков, астрономов. К ним принадлежали Даниил Бернулли, сподвижник Лейбница Яков Герман, разносторонне эрудированный Христиан Гольдбах и другие. Научное общение с коллегами, материальная обеспеченность, широкая возможность публикации работ в изданиях Академии наук создавали хорошую основу для деятельности Эйлера. За 14 лет жизни в Петербурге он подготовил к печати около 90 работ по различным вопросам анализа, геометрии, теории чисел и механики, напечатано было около 50. Среди последних была и двухтомная «Механика» (1736), где впервые аналитически изложена механика точки. Впрочем, Эйлер еще только набирал силы. Общее количество его сочинений, опубликованных при жизни или посмертно, приближается к 900. Из них около двадцати больших монографий, нередко в двух или трех томах. Сюда не входят многие сотни писем научного содержания, отзывы о научных трудах и технических изобретениях и пр.

Деятельность Эйлера в Петербургской академии наук не ограничивалась теоретическими исследованиями. Он активно помогал в подготовке кадров и издании учебной литературы, а также участвовал в решении большого числа актуальных практических проблем.

По специальному поручению Академии Эйлер написал выдающееся по педагогическим достоинствам «Руководство к арифметике» (1738). Наряду со знаменитой двухтомной «Алгеброй», составленной Эйлером во второй его приезд в Петербург, эта книга сыграла большую роль в создании позднейших русских учебников.

Эйлер подготовил к научным занятиям и педагогической деятельности ряд крупных русских деятелей, таких как будущие академики С. К. Котельников, С. Я. Румовский, М. Софронов, позднее — М. Е. Головин, приходившийся племянником Ломоносову по матери. Учеником Эйлера был и Николай Иванович Фус. Котельников, Румовский и Софронов подолгу жили в семье Эйлера и вместе со старшим его сыном Иоганном-Альбрехтом ежедневно занимались под его руководством.

Эйлер вообще оказывал широкую поддержку талантливым выходцам из народа, в частности великому Ломоносову и гениальному изобретателю Кулибину. Когда в 1747 г. влиятельный академический чиновник Шумахер направил Эйлеру для отзыва работы Ломоносова в надежде на то, что он их резко раскритикует, Эйлер разочаровал Шумахера. Эйлер в полной мере оценил дарование Ломоносова и глубину его идей. «Все сии сочинения, — гласил отзыв, — не токмо хороши, но и превосходны, ибо он (т. е. Ломоносов. — М. Л.) изъясняет физические и химические мате-

рии самые нужные и трудные, кои совсем неизвестны и невозможны были к истолкованию самым остроумным ученым людям, с таким основательством, что я совсем уверен о точности его доказательств. При сем случае я должен отдать справедливость господину Ломоносову, что он одарован самым счастливым остроумием для объяснения явлений физических и химических. Желать надобно, чтобы прочие Академии были в состоянии показать такие изобретения, которые показал господин Ломоносов.»

С Кулибиным Эйлеру пришлось работать в 70-е годы в связи с экспертизой проекта постоянного одноарочного деревянного моста через Неву, предложенного замечательным русским самоучкой. Проблема строительства мостов стояла в Петербурге весьма остро и Академия наук неоднократно обсуждала при участии Эйлера и его учеников различные проекты постоянных и наплавных мостов через Неву. Кулибин предложил метод проверки прочности моста на модели и формулу пересчета от модели к натуре. Методы моделирования были в то время делом новым, а правила Кулибина мало обоснованными. Эйлер дал не только обоснование эмпирического правила Кулибина, но и создал теорию, сохранившую значение до наших дней.

Большое государственное значение имела многолетняя деятельность Эйлера в области черчения карт. В 1735 г. по поручению правительства предстояло в связи с составлением новых карт провести большие расчетные работы, на исполнение которых в Академии предполагали затратить многие недели. Эйлер потратил некоторое время на разработку расчетного метода, но зато выполнил расчеты за три дня. Впоследствии о своей работе он писал: «Я уверен, что география российская через мои и г. профессора Гейнзиуса труды приведена в гораздо исправнейшее состояние, нежели география немецкой земли.»

Россия в начале XVIII в. стала морской державой и большую важность приобрели вопросы корабельного строительства и управления кораблями.

С конца 30-х гг. Эйлер по специальному заданию Академии наук приступил к работе над книгой, посвященной этим вопросам. Плодом этих трудов явилась изданная в Петербурге в 1749 г. двухтомная «Морская наука». Трактат Эйлера делится на две части. В первой излагается общая теория равновесия и остойчивости плавающих тел. Во второй части даются приложения теории к вопросам, связанным с конструкцией и нагрузкой кораблей. Позднее в 1773 г. Эйлер издал для учащихся морских школ более краткий и облегченный учебник на французском языке, вскоре вышедший в русском переводе и с примечаниями Головина. Это сочинение было издано также на английском и итальянском языках.

От названных трудов Эйлера отправлялись затем морские архитекторы XIX в. и нити от них протягиваются к классическим исследованиям по «морской науке» А. Н. Крылова.

Замечательным образцом сочетания теории и практики являются также работы Эйлера по оптике. В середине XVIII в. представлялось, что достигнут предел в увеличении силы преломляющих телескопов, которые обладали хроматической аберрацией. Ньютон считал этот недостаток принципиально неустраняемым и отчасти под влиянием его авторитета оптики перешли к созданию все более мощных рефлекторов. Эйлер показал теоретически, что, соединяя стекло с другим веществом, например водой, можно устранить рассеяние цветов и произвел в этом направлении первые опыты. Под влиянием идей Эйлера англичанин Доллонд в конце 50-х г. XVIII в. начал строить ахроматические линзы из двух сортов стекла — кроцгласа и флинтгласа — и конструирование рефракторов было выведено из тупика. Несколько позднее Эйлер в своей «Диоптрике» описал конструкцию различных видов ахроматических микроскопов, полный расчет которой выполнил под его руководством Фус, а Кулибин и другой мастер Петербургской академии Беляев тогда же приступили к изготовлению микроскопа по инструкции, составленной Эйлером и Фу-сом. Впрочем, средства оптической техники того времени не позволили, по-видимому, выполнить все требования, которые предъявляла к линзам эта инструкция.

Возвратимся к жизненному пути Эйлера. В начале 1734 г. он женился на дочери академического живописца Катерине Гзель. От этого брака родилось тринадцать детей, но выжило пять — три сына и две дочери. Старший сын Иоганн-Альбрехт занимался математическими науками и был впоследствии секретарем Петербургской академии, второй сын — Карл стал врачом, а третий — Кристоф служил в русской армии. Эйлер был замечательным семьянином и любил детей. Во второй приезд Эйлера в Петербург в семье его вместе с внуками было около 30 человек.

Эйлер обладал весьма широкими интересами и замечательной памятью. Фус писал о нем: «Он прочитал всех наилучших римских писателей, знал совершенно древнюю историю математики, деяния всех времен и народов имел в памяти, ни мало не запинаясь, в пример приводил маловажнейшие приключения. О врачебной науке, ботанике, химии большее имел сведение, нежели ожидать можно от человека, который не поставлял сих наук особливим упражнением.»

В 1741 г. при регептстве Анны Леопольдовны в Петербурге сложилась тревожная обстановка. В это самое время Эйлер получил предложение

Фридриха II переехать в Берлин, где король хотел значительно активизировать деятельность Берлинской академии. Эйлер принял это предложение. Летом 1741 г. он прибыл в Берлин и прожил там 25 лет. Однако, как я говорил, и в этот период жизни Эйлера сохранялась столь неразрывная связь его с Петербургской академией, что мы можем вслед за Фусом повторить: Эйлер никогда не переставал принадлежать Петербургской академии. Поистине поразительно, как Эйлер, не нарушая интересов обеих Академий, но объединяя их всей своей деятельностью, с неизменным успехом выполнял все принимавшиеся им обязательства. Почти половину своей научной продукции он публикует в то время в журналах Петербургской академии, печатает в Петербурге уже упомянутую «Морскую науку», по поручению нашей Академии издает в Берлине «Теорию движения луны» (1753 г.), «Дифференциальное исчисление» (1755) и редактирует математический отдел «Новых комментариев» нашей Академии. Он закупает для Академии различные машины и приборы, книги и журналы, ведет от ее имени переговоры с возможными кандидатами на вакантные должности, постоянно соблюдая при этом интересы Академии. Он рецензирует работы студентов Академического университета и начинающих русских ученых и т. д.

В годы берлинской жизни перед Эйлером неоднократно вставал вопрос о возвращении в Россию, где его очень ждали. Основной причиной была неприязнь к Эйлеру короля Фридриха, непримиримые расхождения их во многих философских вопросах, в самих вкусах и манерах. Антагонизм достиг максимума из-за разногласий в финансово-административных вопросах работы Берлинской академии. Эйлер решительно потребовал согласия на выезд, однако король, не желая лишиться первого геометра мира, некоторое время не давал согласия. Имея за собой поддержку русского правительства, Эйлер настоял на своем и 28 июля 1766 г. возвратился в Петербург.

Эйлер вторично прибыл в Россию почти шестидесяти лет. Вскоре после возвращения его постигло большое несчастье — почти абсолютная потеря зрения (правым глазом он не видел уже с 1738 г.). Несмотря на это, в научной деятельности Эйлера произошло ни малейшего ослабления.

С помощью своих учеников-секретарей (старшего сына, академиком Л. Ю. Крафта, А. И. Лексея, М. Е. Головина и особенно Н. И. Фуса) он за второй, 17-летний, петербургский период подготовил около 400 работ и среди них два тома «Алгебры» (1768—1769), три тома «Интегрального исчисления» (1768—1770), три тома «Диоптрики» (1769—1771), три тома «Писем к одной немецкой принцессе» (1768—1772), колоссальную

«Новую теорию движения Луны» (1772). В основном, разумеется, Эйлер реализовал в столь гигантском масштабе идеи, сложившиеся ранее, но ряд работ содержал новые идеи и методы, как, например, названная вторая теория Луны.

Эйлер продолжал вести работы и в других направлениях. В качестве старейшего академика он вел обширную официальную переписку, работал членом правления Петербургской академии, принимал участие в технических экспертизах, занимался с молодыми математиками.

Эйлер сохранял полную ясность ума и работоспособность до последнего дня жизни. В этот день, 18 сентября 1783 г., как сообщает Фус, «за столом беседовал он с академиком Лекселем о новой планете, открытой около того времени (речь шла об Уране), и о других предметах с обыкновенным прониканием. После обеда лег отдохнуть, потом, пьючи чай, шутил с одним из своих внуков, как вдруг поражен будучи ударом, произнес: «я умираю». Сии были последние его слова, а по прошествии нескольких часов кончил славное течение жизни, имея от роду 76 лет 5 месяцев и 3 дня.»

Своим гением Эйлер охватил все отрасли современных ему физико-математических наук — анализ и алгебру, аналитическую и дифференциальную геометрию, механику твердого тела, жидкостей и газов, оптику и учение об электричестве, астрономию, а также ряд отделов технических наук. Он заложил основы нескольких самостоятельных дисциплин — вариационного исчисления, теории дифференциальных уравнений и теории чисел.

В своих работах Эйлер нередко развивал идеи и методы, полное значение которых выяснилось лишь через сто и более лет после его смерти. Так, Эйлер первоначально вывел необходимое условие абсолютного экстремума функционала, рассматривая задачу как предельный случай задачи на экстремум функции многих переменных. У самого Эйлера созданный им прямой метод служил еще средством редукции к дифференциальному уравнению. В XX в. выяснились существенные неудобства такого сведения, и необходимость в более точных расчетах привела к выдвиганию на первый план и широкому развитию восходящих к Эйлеру прямых методов, которые получили применение и в решении самих дифференциальных уравнений. Другим примером может служить эйлерова концепция и предложенные им методы обобщенного суммирования расходящихся рядов. Эйлер получил ряд ценных результатов с помощью расходящихся рядов, хотя и недостаточно строго с современной нам точки зрения. В частности, он вывел таким образом функциональное урав-

## ВСТУПИТЕЛЬНАЯ РЕЧЬ

нение для введенной им же дзета-функции, уравнение, вновь найденное позднее Риманом. Эти идеи и методы Эйлера в уточненном виде вошли в состав современной теории суммирования расходящихся рядов.

Дело Эйлера в России было продолжено крупнейшими учеными — М. В. Остроградским, П. Л. Чебышевым и другими представителями Петербургской математической школы, а в наши дни — глубочайшими исследованиями академика И. М. Виноградова. Русские ученые не только высоко ценили творчество Эйлера, но видели в нем своего идейного предшественника в умении сочетать теорию и практику, в постоянном интересе к конкретным трудным задачам естествознания, техники и самой математики, которые приводят ученого к широким и общим математическим методам, в постоянном стремлении выразить решение проблемы в форме алгоритма, дающего ответ с заранее данной и притом любой степенью точности. И мы почитаем в Эйлере великого ученого, который мощно продвинул вперед развитие математики, как важнейшего средства исследования естествознания и техники и покорения природы человеком.

---

M. A. L A W R E N T J E W

**EINLEITENDE REDE AUF DER WISSENSCHAFTLICHEN  
JUBILÄUMSSITZUNG ZU EHREN DES 250. GEBURTSTAGES  
VON LEONHARD EULER  
(Zusammenfassung)**

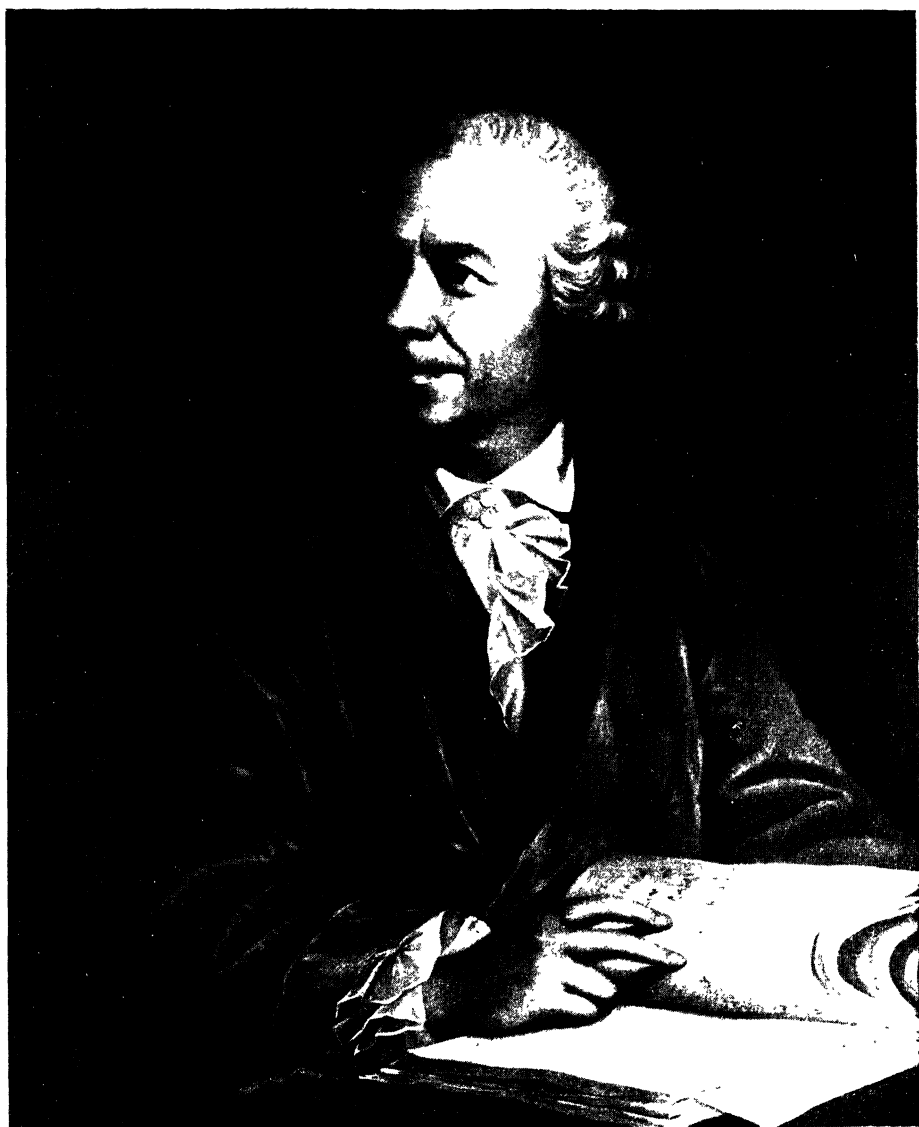
Das Datum des 15. April 1707, als vor genau 250 Jahren Leonhard Euler geboren wurde, ist ein bedeutsames Ereignis in der Geschichte der Weltkultur und Wissenschaft. Euler gehört zu jenen Genies, deren Schaffen zum Gemeingut der gesamten Menschheit wurde. Eulers Ergebnisse in der Mathematik, Mechanik, Physik und Technik haben in der modernen Wissenschaft und Technik feste Wurzeln geschlagen. Die Tätigkeit Eulers im ganzen fährt auch in unseren Tagen fort, als ein leuchtendes Beispiel für die fruchtbringende Synthese von Theorie und Praxis zu dienen. Euler war vor allem ein Mathematiker, der die Mathematik als Ganzes auffaßte und entwickelte, aber er wußte, daß der Boden, auf dem die Mathematik aufblüht, die praktische Tätigkeit ist. Neue allgemeine und effektive mathematische Methoden schuf Euler größtenteils, indem er von schwierigen speziellen Aufgaben der Naturwissenschaft und Technik ausging.

Die Tätigkeit Eulers hatte vor allem eine internationale Bedeutung. Gleichzeitig leistete Euler einen großen Beitrag in der Entwicklung nationaler Kulturen. Nachdem er als zwanzigjähriger Jüngling seine Heimatstadt Basel verlassen hatte, lebte er 14 Jahre in Petersburg, danach 25 Jahre in Berlin und schließlich 17 Jahre wieder in Petersburg. Als Mitglied der Akademien von Petersburg und Berlin hat Euler sowohl die Entwicklung der mathematischen Wissenschaften in beiden Ländern als auch die Verbreitung der physikalisch-mathematischen Kenntnisse in ihnen gewaltig gefördert. In unserem Lande war die Rolle Eulers, als eines Pioniers der mathematischen Forschung, und die seiner Schüler besonders bedeutend und beschränkte sich keinesfalls auf den Rahmen des 18. Jahrhunderts. Die Ideen Eulers als Mathematikers kamen in der von P. L. Tschebyschew gebildeten Petersburger mathematischen Schule zu glänzender Entwicklung und werden auf einer neuen Grundlage, einem höheren Niveau von den Gelehrten der Union der Sozialistischen Sowjetrepubliken erfolgreich weiterentwickelt.





Гравюра В. Соколова с портрета работы И. Бруккера. 1738 г.  
(Государственная публичная библиотека им. М. Е. Салтыкова-Щедрина,  
Ленинград)



*Портрет работы Э. Хандмана. 1756 г.  
(Университет в Базеле)*

31 Jahre wissenschaftlicher Arbeit Eulers verliefen in Petersburg, 25 Jahre in Berlin. Es wäre zu bemerken, daß in den Jahren seines Berliner Lebens, als Euler die Tätigkeit der vom großen Leibniz gegründeten wissenschaftlichen Gesellschaft auf ein so hohes Niveau gehoben hatte, seine Verbindung mit Rußland fest blieb. In seiner Eigenschaft als Ehrenmitglied der Petersburger Akademie während dieser Jahre blieb er durch seine Teilnahme an ihren verschiedenartigen Unternehmen ihr überaus aktives ordentliches Mitglied. Nach seiner Rückkehr nach Rußland hielt Euler seine wissenschaftlichen Verbindungen mit der Berliner Akademie weiter aufrecht.

Euler hat demnach in der fruchtbaren Zusammenarbeit der Gelehrten Rußlands und Deutschlands eine hervorragende Rolle gespielt. Sein Name stellt auch jetzt ein Symbol der Freundschaft der deutschen und der sowjetischen Gelehrten dar.

Nachdem die dem 250. Geburtstag Leonhard Eulers gewidmete wissenschaftliche Jubiläumssitzung der Abteilungen für physikalisch-mathematische und für technische Wissenschaften im Auftrag des Präsidiums der Akademie der Wissenschaften der Union der Sozialistischen Sowjetrepubliken eröffnet worden war, begrüßte M. A. Lawrentjew alle Teilnehmer der Jubiläumsserstlichkeit. Eine besondere Begrüßung M. A. Lawrentjews galt den zur Tagung eingetroffenen ausländischen Delegierten, sowie den Vertretern der Partei- und der öffentlichen Organisationen der ruhmreichen Stadt Leningrad. Leningrad wurde zur ersten Stadt der russischen Wissenschaft, in ihm konzentrierte sich im Verlauf von über 200 Jahren die Tätigkeit unserer Akademie, in ihm lebten und wirkten Leonhard Euler und sein Kollege von der Petersburger Akademie der Wissenschaften Michail Wassiljewitsch Lomonossow. Leningrad ist heutzutage ein der bedeutendsten Zentren des sowjetischen wissenschaftlichen Denkens auf allen Wissensgebieten.

Ferner gab M. A. Lawrentjew eine kurze Beschreibung vom Lebensweg Eulers, charakterisierte die Hauptrichtungen seines Schaffens und speziell seine Arbeit an der Petersburger Akademie der Wissenschaften. Er betonte, daß die Tätigkeit Eulers an der Petersburger Akademie der Wissenschaften sich nicht auf theoretische Forschungen beschränkte. Rußland ist Euler für die Hilfe bei der Vorbereitung der Kader und der Unterrichtsliteratur und für seine aktive Teilnahme an der Lösung einer großen Zahl von aktuellen praktischen Problemen verpflichtet. So hat z. B. Euler eine Reihe russischer Gelehrter — künftiger Akademiemitglieder — zu wissenschaftlichen Arbeiten und pädagogischer Tätigkeit vorbereitet: Kotelnikow, Rumowski, Sofronow, später Golwin u. a. Euler pflegte aus dem Volke stammende



72-8-60

talentierte Menschen weitgehend zu unterstützen, im besondern den großen Lomonossow und den talentierten Erfinder Kulibin, mit dem er in den 70-er Jahren anlässlich der Begutachtung des Kulibinschen Entwurfs einer ständigen freitragenden Holzbrücke über die Newa zusammengeführt wurde. Kulibin hatte eine Methode für die Prüfung der Brückenstabilität am Modell und eine Formel zur Umrechnung vom Modell auf die Natur vorgeschlagen. Die Methoden der Analogieprozesse waren zu der Zeit etwas Neues und die Regeln Kulibins wenig begründet. Euler lieferte nicht nur die Begründung der empirischen Regel Kulibins, sondern schuf auch eine Theorie, die ihre Bedeutung bis auf unsere Tage erhalten hat.

Nach einer Kennzeichnung der großen Bedeutung von Eulers Arbeiten auf dem Gebiet des Kartenzeichnens und seiner klassischen Arbeiten zur Schiffstheorie für den Staat sowie des praktischen Wertes seiner Werke über die Optik fuhr M. A. Lawrentjew fort:

Euler erfaßte durch sein Genie alle Zweige seiner zeitgenössischen physikalisch-mathematischen Wissenschaften — Analysis und Algebra, analytische Geometrie und Differentialgeometrie, Mechanik der festen Körper, Flüssigkeiten und Gase, Optik und Elektrizitätslehre, Astronomie sowie eine ganze Reihe von Gebieten der technischen Wissenschaften. Er legte das Fundament zu mehreren selbständigen Disziplinen — Variationsrechnung, Theorie der Differentialgleichungen und Zahlentheorie. In seinen Arbeiten entwickelte er des öfteren Ideen und Methoden, deren volle Bedeutung erst 100 und mehr Jahre nach seinem Tode zutage kam. So hat z. B. Euler ursprünglich die notwendige Bedingung für das absolute Extremum eines Funktionals abgeleitet, indem er das Problem als Grenzfall der Aufgabe über das Extremum einer Funktion mehrerer Veränderlicher betrachtete. Bei Euler selbst diente die von ihm geschaffene direkte Methode noch als Mittel der Reduktion auf eine Differentialgleichung. Im 20. Jh. zeigten sich wesentliche Unbequemlichkeiten dieser Reduktion, und die Notwendigkeit genauerer Berechnungen führte zur Förderung und breiten Entwicklung der auf Euler zurückgehenden direkten Methoden, die auch in der Lösung der Differentialgleichungen selbst zur Anwendung kamen. Als ein anderes Beispiel können Eulers Auffassung und die von ihm vorgeschlagenen Methoden der verallgemeinerten Summation der divergenten Reihen dienen. Euler erhielt eine Reihe wertvoller Ergebnisse mit Hilfe der divergenten Reihen, wenn auch auf eine vom modernen Standpunkt unzureichend begründete Art. Im besonderen leitete er auf diese Weise eine Funktionalgleichung für die von ihm selbst aufgestellte Zeta-Funktion ab, eine Gleichung, die später von Riemann wiedergefunden wurde. Diese Ideen und Me-

## EINLEITENDE REDE

thoden Eulers sind in präzisierte Form in den Bestand der modernen Theorie der Summierung divergenter Reihen eingegangen.

Die Arbeiten Eulers wurden in Rußland von den großen Wissenschaftlern M. W. Ostrogradski, P. L. Tschebyschew und anderen Mitgliedern der Petersburger mathematischen Schule und heute durch tiefgehenden Forschungen des Akademiemitglieds I. M. Winogradow fortgesetzt. Die russischen Gelehrten schätzten nicht nur Eulers schöpferische Arbeit hoch, sondern erblickten in ihm ihren geistigen Vorgänger in der Fähigkeit, Theorie und Praxis zu vereinbaren, im ständigen Interesse an konkreten schwierigen Aufgaben der Naturkunde, der Technik und der Mathematik selbst, die den Gelehrten zu weiten und allgemeinen mathematischen Methoden führen, in der steten Bestrebung, die Lösung eines Problems in der Gestalt eines Algorithmus zu erhalten, der die Antwort mit einem vorgegebenen und dabei beliebigen Genauigkeitsgrad liefert. Und wir verehren in Euler einen großen Gelehrten, der die Entwicklung der Mathematik als des wichtigsten Mittels der naturkundlichen und technischen Forschung und der Beherrschung der Natur durch den Menschen machtvoll weiterentwickelt hat.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие . . . . .	5
М. А. Лаврентьев. Вступительная речь на юбилейной научной сессии, посвященной 250-летию со дня рождения Леонарда Эйлера . . . . .	7
К. Шредер. О трудах Леонарда Эйлера в области прикладных наук (деятельность Эйлера, особенно в годы жизни в Берлине) . . . . .	34
Г. К. Михайлов и В. И. Смирнов. Неопубликованные материалы Леонарда Эйлера в Архиве Академии наук СССР . . . . .	47
А. О. Гельфонд. Роль работ Л. Эйлера в развитии теории чисел . . . . .	80
А. И. Маркушевич. Основные понятия математического анализа и теории функций в трудах Эйлера . . . . .	98
Б. Н. Делоне. Эйлер как геометр . . . . .	133
Б. В. Гнеденко. О работах Леонарда Эйлера по теории вероятностей, теории обработки наблюдений, демографии и страхованию . . . . .	184
Л. Н. Сретенский. Динамика твердого тела в работах Эйлера . . . . .	210
Л. С. Полак. Некоторые вопросы механики Леонарда Эйлера . . . . .	231
М. Ф. Субботин. Астрономические работы Леонарда Эйлера . . . . .	268
Я. Г. Дорфман. Физические воззрения Леонарда Эйлера . . . . .	377
Г. Г. Слюсарев. «Диоптрика» Эйлера . . . . .	414
В. Л. Ченакал. Эйлер и Ломоносов (к истории их научных связей) . . . . .	423
Э. Винтер и А. П. Юшкевич. О переписке Леонарда Эйлера и Г. Ф. Миллера . . . . .	465
Н. М. Раскин. Вопросы техники у Эйлера . . . . .	499
Е. С. Кулябко. Педагогические воззрения Леонарда Эйлера . . . . .	557
М. Е. Глинка. Леонард Эйлер (Опыт иконографии) . . . . .	569
Г. А. Князев. Силуэтные портреты Леонарда Эйлера работы Ф. Антинга . . . . .	590
А. Н. Петров. Памятные эйлеровские места в Ленинграде . . . . .	597
Г. Е. Павлова. Забытое свидетельство современника о смерти Леонарда Эйлера . . . . .	605

---

## INHALT

Vorwort . . . . .	
M. A. Lawrentjew. Einleitende Rede auf der wissenschaftlichen Jubiläumssitzung zu Ehren des 250. Geburtstages von Leonhard Euler . . . . .	16
K. Schröder. Bemerkungen zu Leonhard Eulers Arbeiten auf dem Gebiet der Anwendungen. (Seine Wirksamkeit unter besonderer Berücksichtigung der Berliner Jahre) . . . . .	20
G. K. Mikhaïlow und W. I. Smirnow. Die unveröffentlichten Materialien Leonhard Eulers im Archiv der Akademie der Wissenschaften der UdSSR . . . . .	78
A. O. Gelfond. Die Rolle der Arbeiten L. Eulers für die Entwicklung der Zahlentheorie . . . . .	96
A. I. Markuschewitsch. Die Grundbegriffe der Analysis und der Funktionentheorie in den Werken Eulers . . . . .	130
B. N. Delaunay. Euler als Geometer . . . . .	182
B. W. Gnedenko. Über die Arbeiten L. Eulers zur Wahrscheinlichkeitstheorie, zur Theorie der Auswertung von Beobachtungen, zur Demographie und zum Versicherungswesen . . . . .	209
L. N. Sretenski. Die Dynamik des festen Körpers in den Arbeiten Eulers . . . . .	230
L. S. Polak. Einige Fragen der Mechanik Leonhard Eulers . . . . .	266
M. F. Subbotin. Die astronomischen Arbeiten Leonhard Eulers . . . . .	376
J. G. Dorfman. Die physikalischen Anschauungen von Leonhard Euler . . . . .	412
G. G. Sljussarjow. Eulers «Dioptrik» . . . . .	421
V. L. Tschénakal. Euler und Lomonossow. Zur Geschichte ihrer wissenschaftlichen Beziehungen . . . . .	464
E. Winter und A. P. Juschkewitsch. Über den Briefwechsel Leonhard Eulers mit G. F. Müller . . . . .	498
N. M. Raskin. Euler und die Fragen der Technik . . . . .	555
E. S. Kuljabko. Die pädagogischen Anschauungen L. Eulers . . . . .	567
M. E. Glinka. Leonhard Euler (Versuch einer Ikonographie) . . . . .	588
G. A. Knjasew. Die Silhouettenbildnisse Leonhard Eulers von F. Anting . . . . .	596
A. N. Petrow. Leonhard Euler—Denkwürdige Stätten in Leningrad . . . . .	604
G. E. Pawlowa. Ein vergessenes Zeugnis über den Tod L. Eulers . . . . .	607

**ЛЕОНАРД ЭЙЛЕР**  
**Сборник статей**  
**в честь 250-летия со дня рождения**

Редактор Издательства *Л. В. Гессен*  
Супер-обложка и переплет художника *Н. А. Сидельникова*  
Титульные страницы художника *А. М. Олевского*  
Технический редактор *Т. П. Поленова*

РИСО АН СССР № 4—1Р. Сдано в набор 12/IX-1958 г.

Подписано к печати 29/XI-1958 г.

Формат 72×100<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Печ. л. 38,25+8 вкл. Усл. печ. л. 52,4

Уч.-изд. л. 38,3. Тираж 2500 экз. Т-13154

Изд. № 3360. Тип. вак. № 988

*Цена 29 руб. 70 коп.*

\*

Издательство Академии наук СССР  
Москва Б-64, Подсосенский пер., 21  
2-типография Издательства АН СССР  
Москва Г-99, Шубинский пер., 10



## ИСПРАВЛЕНИЯ И ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
20	19 ст.	Sein Enkel	Der Mann seiner Enkelin
20	22 ст.	daß für ihn	daß ihn
20	4 ст.	haben	hat
27	4 ст.	er	Euler
29	17 ст.	300 Sterling	300 Pfund Sterling
33	2 ст.	marhématique	mathématique
33	1 ст.	inszwischen	inzwischen
144	подпись к вклейке	1783	1786

29p-78pc

35  
3322